

EXERCICES SUR LE DÉNOMBREMENT ET LA COMBINATOIRE

Exercice 1

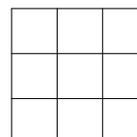
On dispose de quatre boules de couleurs différentes : une rouge, une bleue, une jaune et une verte.

Nous avons la possibilité :

- de ne choisir aucune boule
 - d'en choisir une, deux, trois ou quatre.
- 1) Combien y a-t-il de choix distincts en tout ?
 - 2) Reprendre le problème avec cinq boules, six boules, n boules.

Exercice 2

On peut choisir de mettre ou non une croix dans chacune des cases du carré ci-contre. Combien y a-t-il de façons distinctes de procéder ?



Exercice 3

On dispose de trois boîtes et de cinq craies de couleur bleue, rouge, jaune, verte et orange.

- 1) De combien de façons distinctes peut-on ranger les cinq craies dans les trois boîtes ?
- 2) Même question en laissant l'une des boîtes vides.
- 3) Même question si la bleue et la rouge sont rangées ensemble.
- 4) Même question si la bleue et la rouge sont rangées ensemble, mais seules.

Exercice 4

On lance trois fois de suite un dé numéroté de 1 à 6 et on note les triplets ainsi obtenus. Combien y a-t-il de tels triplets ? (En tenant compte de l'ordre)

Exercice 5

Avec les nombres de 1 à 6, on veut constituer un nombre de 3 chiffres distincts. Combien de nombres distincts peut-on réaliser ?

Exercice 6

Pour constituer une équipe de football, on a le choix entre 20 postulants. En supposant que chaque joueur est polyvalent, combien peut-on constituer d'équipes différentes ?

Parmi les 20 postulants, 17 sont joueurs de champ et 3 sont gardiens. Combien d'équipes distinctes peut-on alors constituer ?

Exercice 7

Sans répétitions, combien de nombres de 3 chiffres peut-on former à l'aide des six chiffres 2, 3, 5, 6, 7, 9 ?

Combien de ces nombres sont :

- a) inférieurs à 500 ?
- b) pairs ?
- c) impairs ?
- d) multiples de 5 ?

Exercice 8

Combien de mots de 4 lettres peut-on former avec les 26 lettres de l'alphabet :

- En admettant les répétitions de lettres ?
- Sans lettres répétées ?

Quelle est la probabilité qu'un mot de 4 lettres n'aie pas de lettres répétées ?

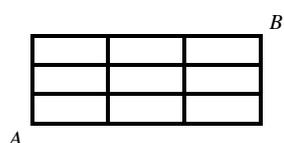
Exercice 9

Quel est le nombre de triangles (éventuellement aplatis) que l'on peut former avec 10 points distincts ?

Exercice 10

Combien de mots de 6 lettres peut-on écrire en utilisant 3 lettres **D** et 3 lettres **H** ?

Application : combien y a-t'il de trajectoires qui vont de *A* vers *B* en suivant le quadrillage :



(on autorise que deux directions :
vers le haut et vers la droite)

Exercice 11

En hiver une compagnie aérienne dessert 6 villes. Quel est le nombre de lignes en service ?

En été, la compagnie a 45 lignes en service. Quel est le nombre de villes desservies ?

Exercice 12

Au loto, quelle est la probabilité d'avoir k numéros (pour $k = 3 ; 4 ; 5$ et 6) à un tirage donné ?

[on dénombre le nombre de grilles qui ont k numéros gagnants]

Exercice 13

- Combien de mots de 5 lettres peut-on faire avec les 26 lettres de l'alphabet ?
- Combien de ces mots ne comportent que des lettres distinctes ?
- Combien de ces mots comportent exactement 4 lettres distinctes (et donc une lettre répétée) ?

Exercice 14

- Démontrer que $(a + b)^3 + (a - b)^3 = 2a(a^2 + 3b^2)$.
- En déduire une simplification de l'expression : $f(x) = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^3 + \left(x - \sqrt{1 + x^2}\right)^3$.

Exercice 15

$$(a + b)^{26} = a^{26} + 26a^{25}b + ? a^{24}b^2 + \dots$$

Préciser le coefficient du terme $a^{24}b^2$ dans le développement de $(a + b)^{26}$.

Exercice 16

Soit P une fonction polynôme à coefficients **complexes** de degré $n \in \mathbb{N}^*$ admettant une seule racine x_0 .

Démontrer que $x_0 = -\frac{a_{n-1}}{na_n}$ où a_n désigne le coefficient de x^n dans P et a_{n-1} celui de x^{n-1} .

Exercice 17

Dans un jeu de 32 cartes, on choisit 5 cartes au hasard (ces 5 cartes s'appellent une "main").

1. Quel est le nombre total de mains que l'on peut obtenir ?
2. Combien de mains contiennent exactement 4 as ?
3. Combien de mains contiennent exactement 3 as **et** 2 rois ?
4. Combien de mains contiennent au moins 3 rois ?
5. Combien de mains contiennent au moins un as ?

Exercice 18

Une urne contient 49 boules numérotées de 1 à 49.

On tire successivement 6 boules, sans remise.

On appelle "tirage" cet ensemble de 6 numéros obtenus (sans tenir compte de l'ordre).

1. Combien y a-t-il de tirages au total ?
2. Combien y a-t-il de tirages qui contiennent 3 numéros pairs **et** 3 numéros impairs ?
3. Combien y a-t-il de tirages qui contiennent au moins 5 numéros pairs ? (C'est-à-dire 5 numéros pairs **ou** 6 numéros pairs)

Exercice 19

Dans une classe, on souhaite élire un comité. (Un comité est un petit groupe d'élèves auquel on confiera une mission particulière). On suppose que chaque élève de la classe peut-être élu.

1. Combien de comités de 3 personnes peut-on élire dans une classe de 31 élèves ?
2. Dans une classe de n élèves, il y a 351 façons d'élire un comité de 2 personnes. Quel est le nombre n d'élèves de cette classe ?

Exercice 20

1. Écrire le développement de $(a + b)^5$.
2. Écrire le développement de $(1 + x)^5$.
3. Écrire le développement de $(1 - \sqrt{2})^5$ sous la forme $p + q\sqrt{2}$ où p et q sont des entiers relatifs.

Exercice 21

Combien y a-t-il de nombres palindromes compris entre 100 et 1000 ? Entre 1000 et 10000 ?