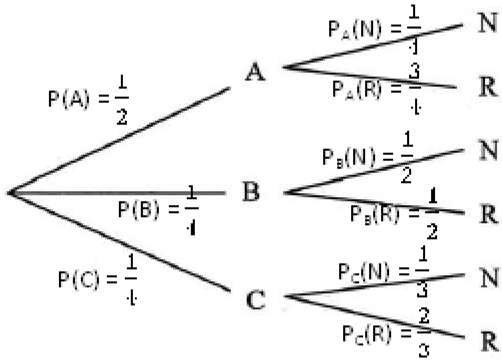
Corrigé Bac L 2008 – Maths

Exercice 1 :

1. Arbre :



2. P(C∩N) = P(C) x P_C(N) = $\frac{1}{4}$ x $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{12}$.
3. N = (A∩N) $\underline{\cup}$ (B∩N) $\underline{\cup}$ (C∩N) (unions disjointes)
   Donc P(N) = P(A∩N) + (B∩N) + (C∩N) = $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{4}$ x $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{12}$ = $\frac{1}{8}$ + $\frac{1}{8}$ + $\frac{1}{12}$ = $\frac{3+3+2}{24}$ = $\frac{8}{24}$ = $\frac{1}{3}$.
4. La probabilité d'avoir obtenu le numéro 3 avec le dé sachant que la boule tirée est noire est P_N(C).
   P_N(C) = $\frac{P(C\cap N)}{P(N)}$ = $\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}}$ = $\frac{3}{12}$ = $\frac{1}{4}$.
5. Les événements N et C sont indépendants si, et seulement si, P(C∩N) = P(C) x P(N).
   P(C∩N) = $\frac{1}{12}$;
   P(C) x P(N) = $\frac{1}{4}$ x $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{12}$ = P(C∩N) ;
   Donc les événements N et C sont indépendants.

Exercice 2 :

1. $f(x) = (3 - 2x)e^{\frac{x}{2}}$, donc :
   $f(0) = (3 - 2 \times 0)e^{\frac{0}{2}} = 3$;
   $f(-2) = (3 - 2 \times (-2))e^{\frac{-2}{2}} = \frac{7}{e} \approx 2{,}58$ à 10^{-2} près ;
   $f(2) = (3 - 2 \times 2)e^{\frac{2}{2}} = -e \approx 2{,}72$ à 10^{-2} près.
2. Dérivée de f :
   $f'(x) = -2e^{\frac{x}{2}} + (3 - 2x) \times \frac{1}{2} \times e^{\frac{x}{2}} = e^{\frac{x}{2}}(-2 + \frac{1}{2}(3 - 2x)) = e^{\frac{x}{2}}(-2 + \frac{3}{2} - x) = (-\frac{1}{2} - x)\, e^{\frac{x}{2}}$.
3. Variations de f : déterminons le signe de f'.
   Pour tout x réel $e^{\frac{x}{2}} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $(-\frac{1}{2} - x)$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$		$\searrow$	

Conclusion : La fonction f est croissante sur $]-\infty\ ;\ -\frac{1}{2}]$ et décroissante sur $[-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty[$.

4.

a) ¤ Le point D est l'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'axe des ordonnées donc D(0 ; *f*(0)), c'est-à-dire <u>D(0 ; 3)</u>.

¤ Le point E est l'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses donc E(x ; 0) tel que $f(x) = 0$.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (3-2x)e^{\frac{x}{2}} = 0 \Leftrightarrow 3 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

Donc <u>$E(\frac{3}{2}\ ;\ 0)$</u>.

¤ Le point F est le point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée maximale donc F(x ; $f(x)$) tel que $f'(x) = 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ (voir 3))

Donc $F(-\frac{1}{2}\ ;\ f(-\frac{1}{2}))$ c'est-à-dire <u>$F(-\frac{1}{2}\ ;\ 4e^{-\frac{1}{4}})$</u>.

b) La tangente à $\mathscr{C}$ en D(0 ; 3) a pour coefficient directeur $f'(0) = -\frac{1}{2}$;

La droite (DG) a pour coefficient directeur $\frac{2-3}{3-0} = -\frac{1}{3}$;

Les deux droites n'ont pas même coefficient directeur donc la droite (DG) n'est pas la tangente à $\mathscr{C}$ en D.

<u>Exercice 3 :</u>

1. Il s'agit d'un code à 4 chiffres, pris parmi les 10 chiffres de 0 à 9 avec répétitions possibles. Il y a donc 10^4 combinaisons possibles.
2.

a) Algorithme avec N = 2282 :

Entrée :	N=	2282					
Initialisation :	P=	2282					
	S=	0					
	K=	1					
Traitement :	U=	2	8	2	2		
	K=	2	3	4	5		
	S=	4	28	36	46		
	P=	228	22	2	0		
	R=	4	(reste de la division euclidienne de 46 par 7)				
	C=	3	(7 - 4)				

On obtient une clé égale à 3.

b) Le code N = 4732 est faux mais les trois derniers chiffres sont corrects. Ecrivons ce code sous la forme N = m732 en base 10 (c'est-à-dire N = 1000m + 732).

Algorithme avec N = $m732$:

Entrée :	N=	m 732			
Initialisation :	P=	m 732			
	S=	0			
	K=	1			
Traitement :	U=	2	3	7	m
	K=	2	3	4	5
	S=	4	13	41	41+5m
	P=	m 73	m 7	m	0
	R=	reste de la division euclidienne de 41+5m par 7			
	C=	7-R			

Il reste à déterminer la valeur de m permettant de trouver le bon code en calculant le reste de la division euclidienne de 41+5m par 7 :

Valeurs de m :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Valeurs de 41+5m :	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86
Reste R :	6	4	2	0	5	3	1	6	4	2
Clé C :	1	3	5	7	2	4	6	1	3	5

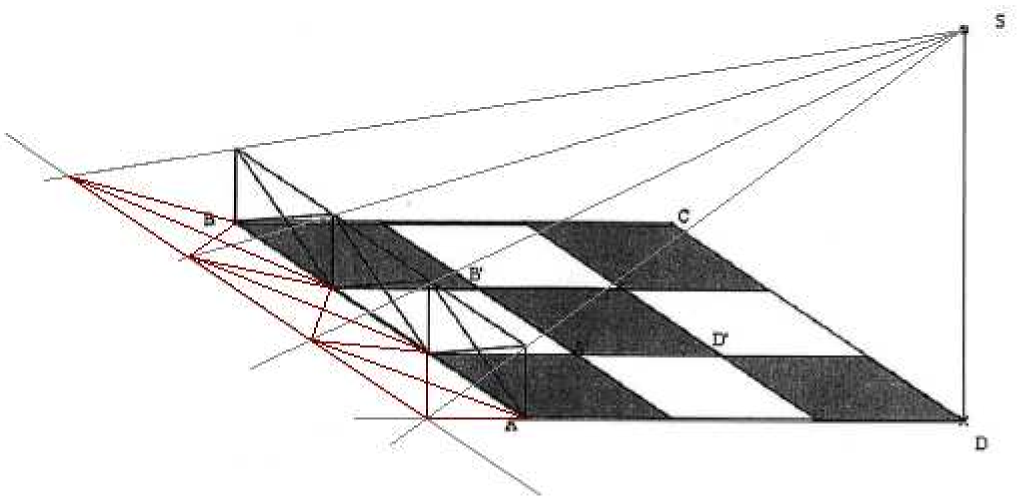
La clé étant égale à 7, il n'y a qu'une valeur possible pour m : m = 3. Donc le code est 3732.

Exercice 3 :

1. Dessin N°1 :

ANNEXE

Dessin N°1
(à compléter et à rendre avec la copie)



2.

a) 1) Les droites (A'B') et (C'D') sont parallèles dans la réalité donc leurs images respectives (a'b') et (c'd') doivent passer par le point de fuite D_2. Ce qui est le cas (voir figure N°2). De même pour les droites (a'd') et (b'c') qui sont concourantes en D_1.

2) La droite (b'd') est parallèle à la ligne d'horizon. Donc la droite (a'c'), perpendiculaire à (b'd') doit passer par le point de fuite principal F. Ce qui est le cas (voir figure N°2).

b) Dessin N°2 :