Mathématiques

Module No 8

Volumes
Géométrie dans l’espace

Objectifs pédagogiques

- Reconnaître les solides
- Rappeler les formules de calcul des volumes
- Identifier les intersections des volumes avec un plan

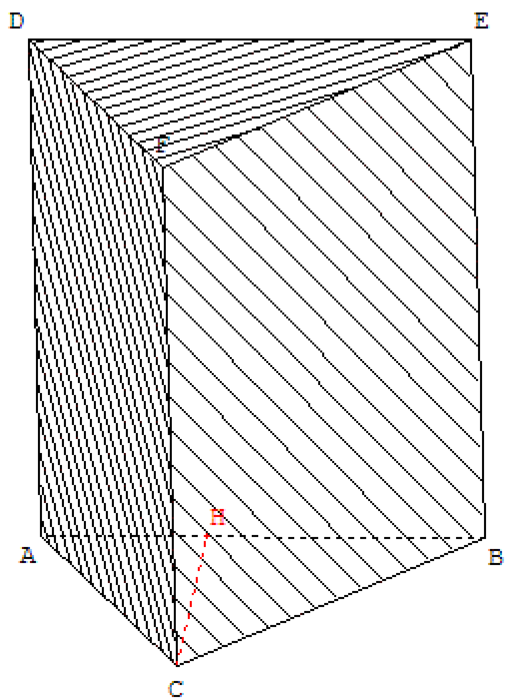
Plan

- Solides
- Calcul de volumes et surfaces
- Intersections
- Longitude et latitude

Une série de questions

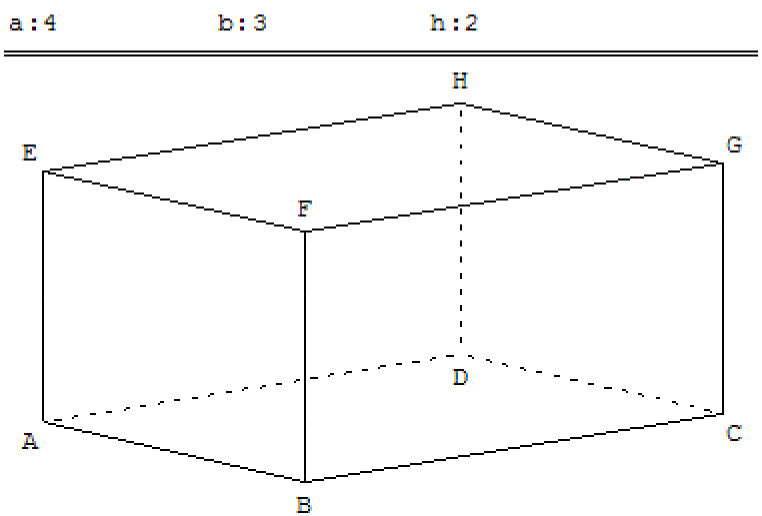
- Quels sont les différentes formes de solides ?
- Comment calculer les volumes et surfaces de ces solides ?
- Comment déterminer les formes d'intersection de ces solides par un plan ?

Reconnaître et calculer les volumes : le prisme



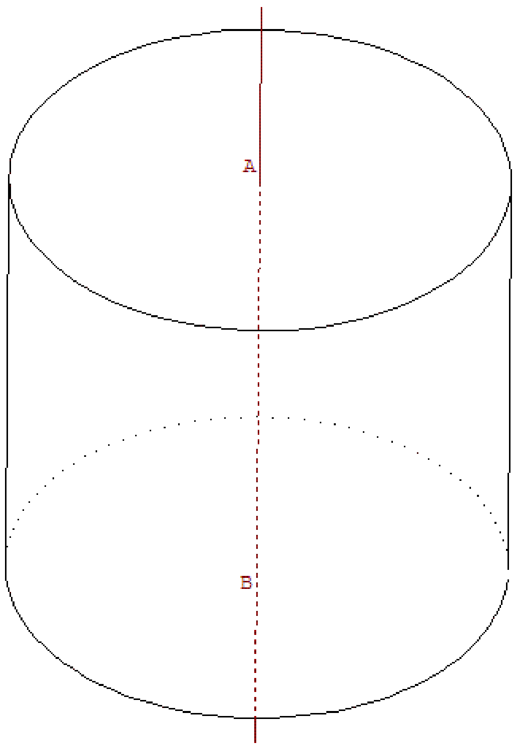
$$Volume(\mathrm{ABCDEF}) = Aire\ de\ la\ base \times hauteur$$
$$= Aire(\mathrm{ABC}) \times \mathrm{AD}.$$
$$Aire(\mathrm{ABC}) = \frac{1}{2}\, base \times hauteur = \frac{1}{2}\,\mathrm{AB} \times \mathrm{CH}.$$
$$Volume(\mathrm{ABCDEF}) = \frac{1}{2}\,\mathrm{AB} \times \mathrm{CH} \times \mathrm{AD}$$

Reconnaître et calculer les volumes : le parallélépipède



$$\mathit{Volume}(\mathrm{ABCDEFGH})$$
$$= \mathit{Aire\ de\ la\ base} \times \mathit{hauteur}$$
$$= \mathit{Aire}(\mathrm{ABCD}) \times \mathrm{AE} = \mathrm{AB} \times \mathrm{AD} \times \mathrm{AE}$$

Reconnaître et calculer les volumes : le cylindre



Volume

Si le cercle de base a pour rayon *r*, l'aire de la base est π*r*2 ; la hauteur [AB] a pour longueur *h*.

Volume = aire de la base × hauteur

$$V = \pi r^2 h$$

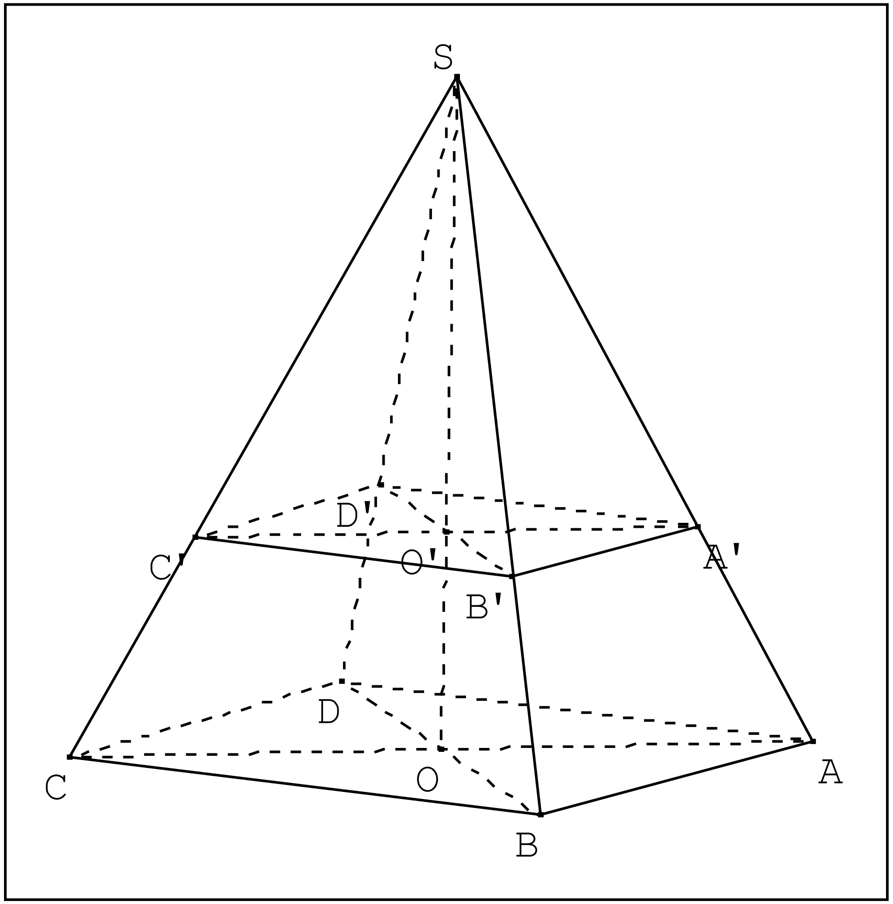
Aire latérale

L'aire latérale d'un cylindre de révolution est égale au périmètre de la base multiplié par la hauteur :

2π*r* × AB

$$S = 2\pi r h$$

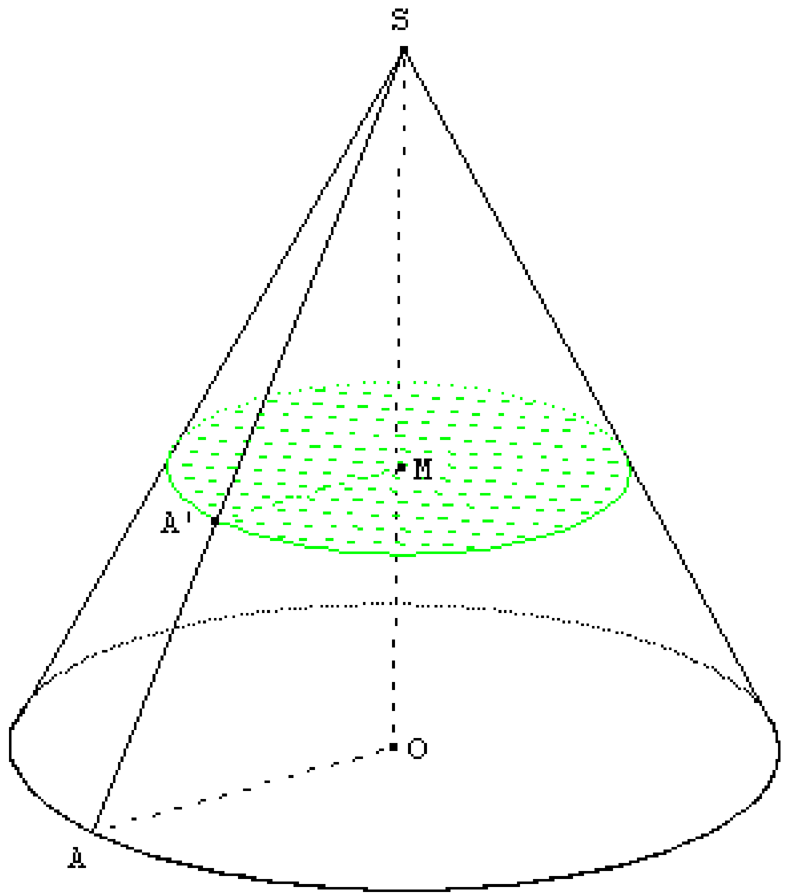
Reconnaître et calculer les volumes : la pyramide



B est l'aire de la base

$$V = \frac{1}{3} B.h$$

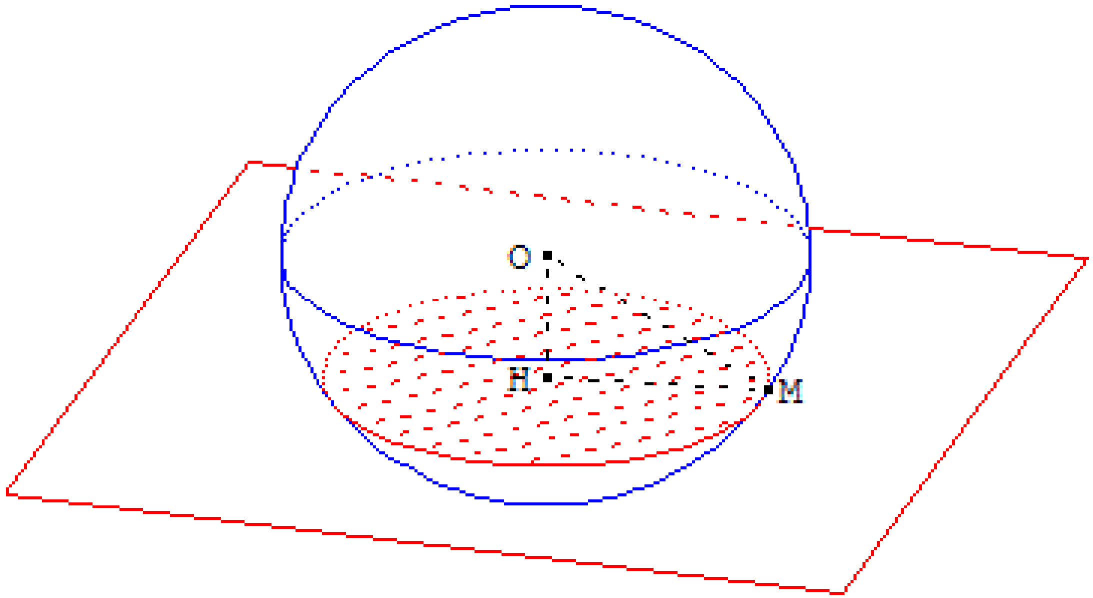
Reconnaître et calculer les volumes : le cône



$\mathscr{B}$ *est l'aire de la base*

$$V = \frac{1}{3} B.h$$

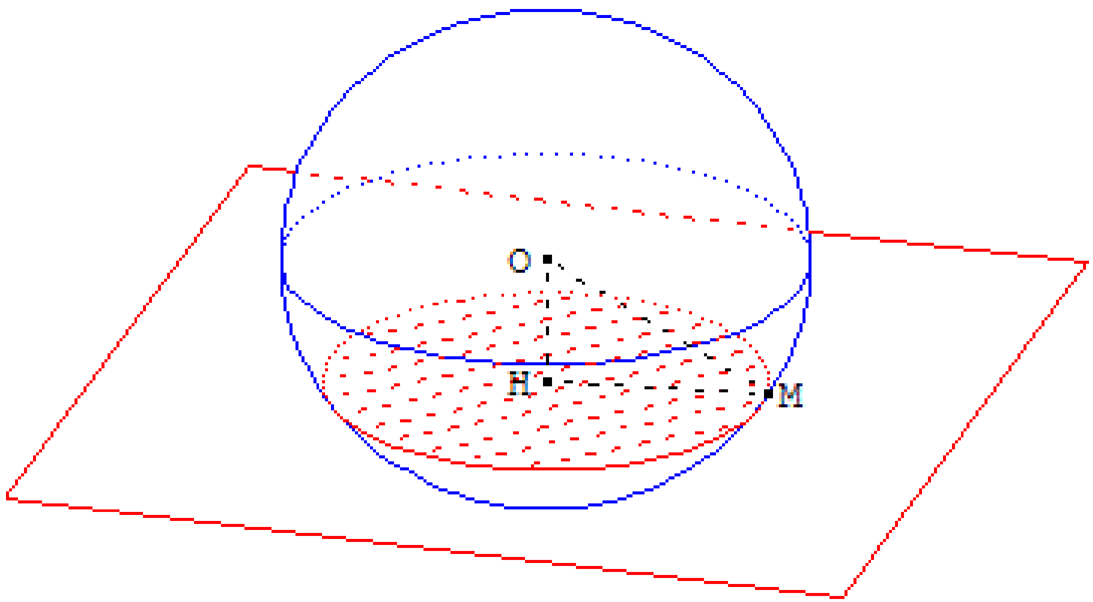
Reconnaître et calculer les volumes : la sphere



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

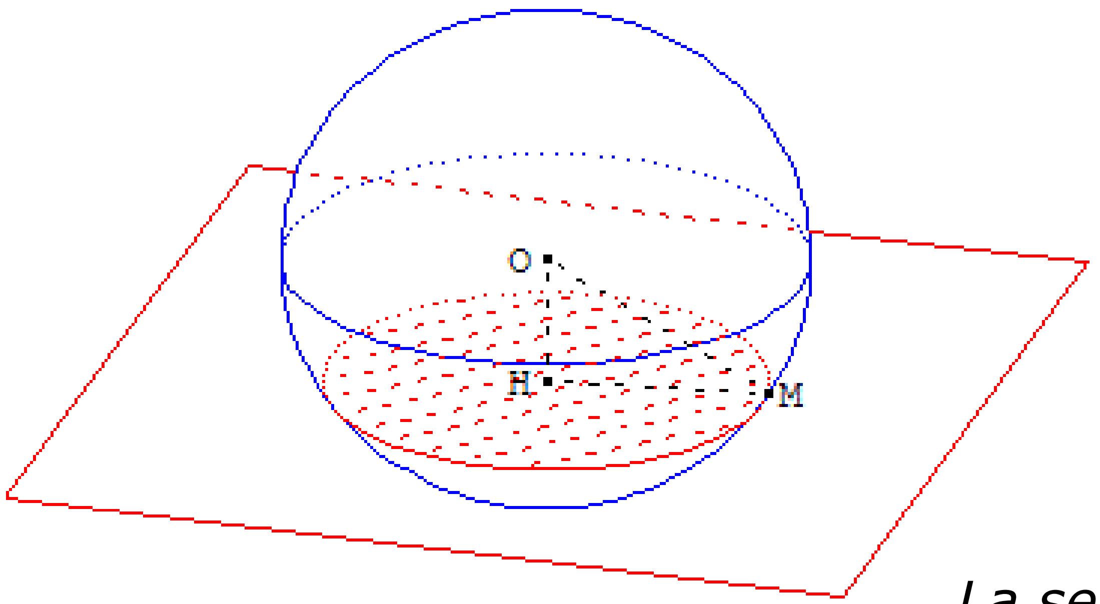
$$S = 4\pi r^2$$

Section d’une sphère par un plan



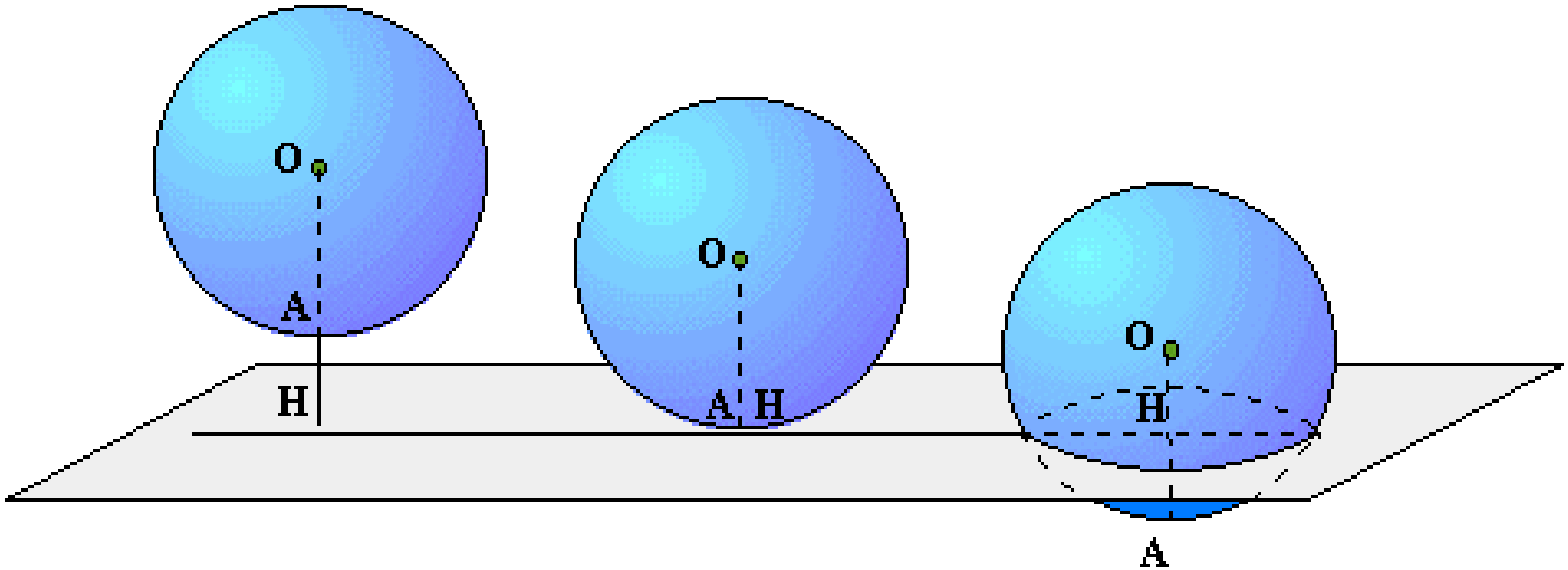
La section d’une sphère par un plan est ……… ;

Section d'une sphère par un plan



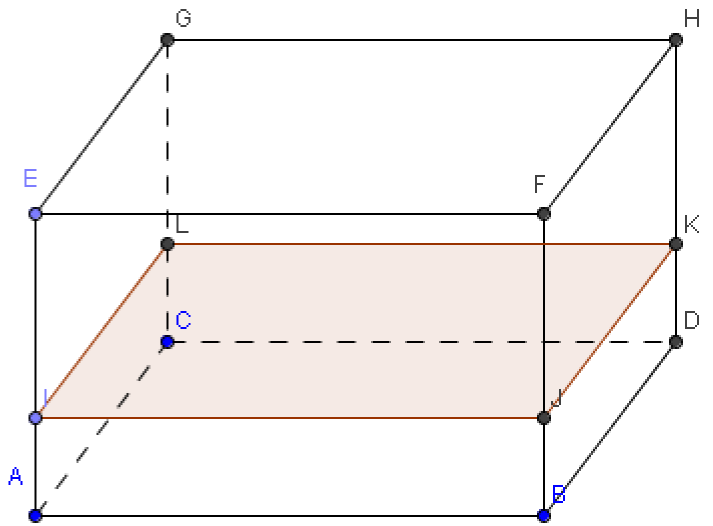
La section d'une sphère par un plan est un ***cercle****;*
Le centre de ce cercle (H) est sur un diamètre de la sphère.
Le triangle OHM est rectangle en H.

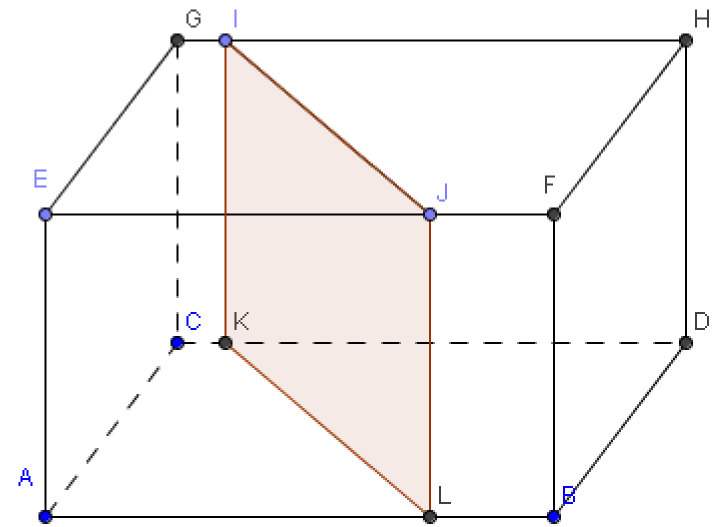
Section d'une sphère par un plan

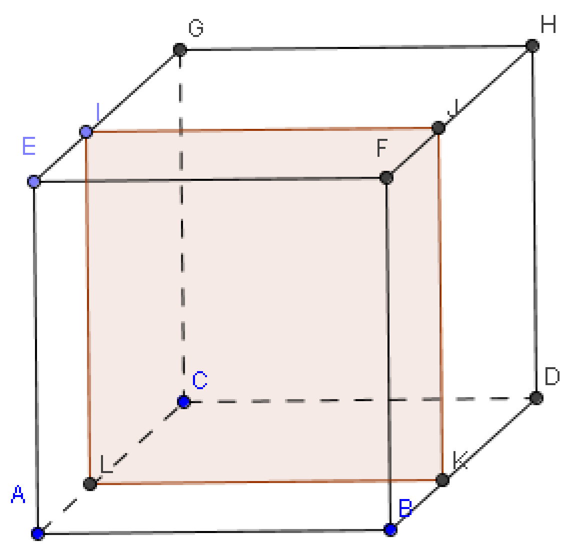


OH > Rayon	OH=Rayon	OH<Rayon
Le plan est extérieur à la sphère.	Le plan est tangent à la sphère en A. Toutes les droites du plan passant par A sont tangentes à la sphère en A (elles sont perpendiculaires au rayon [OA]).	Le plan est sécant à la sphère. L'intersection est un cercle dont le centre est sur [OA] (ici en H).

Section d’un parallélépipède par un plan

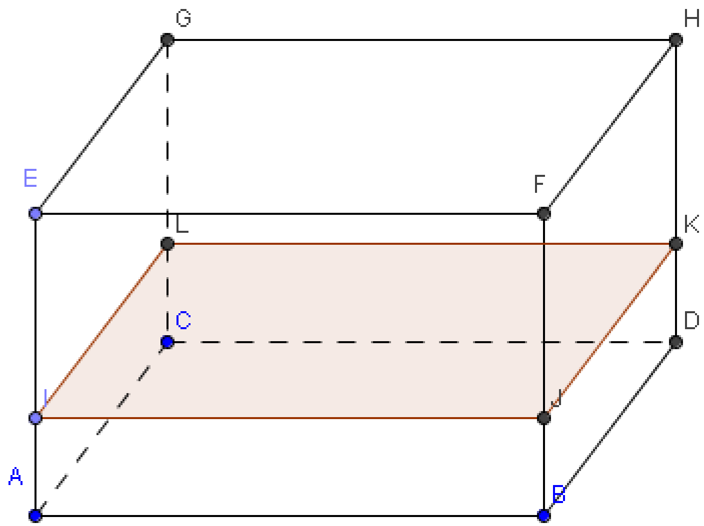


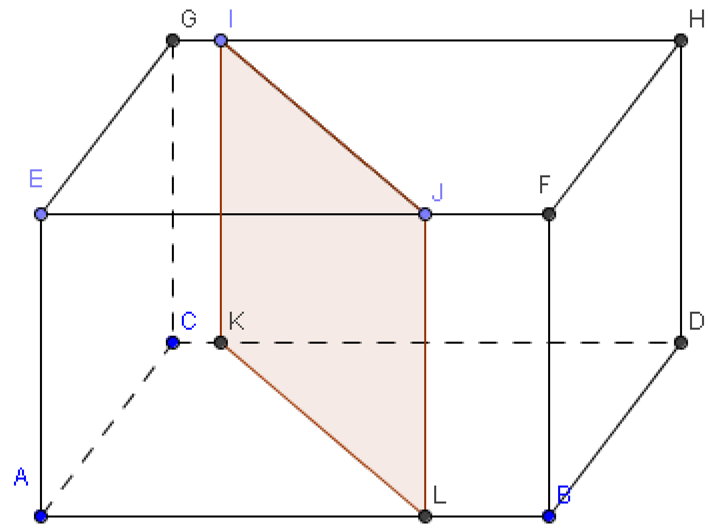


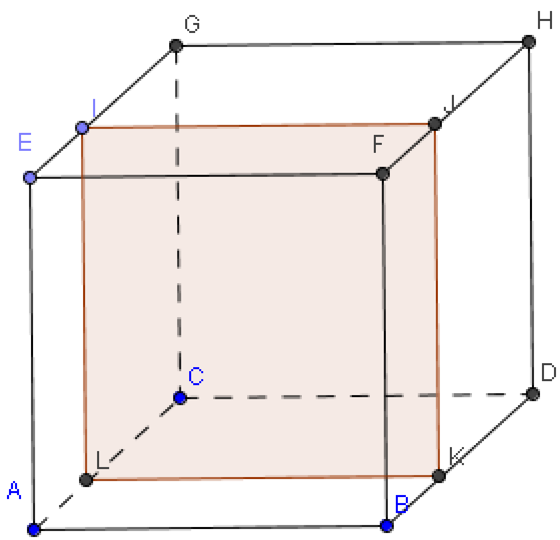


La section d’un parallélépipède rectangle par un plan :
. parallèle à une face est …….;
. parallèle à une arête est ……..;

Section d'un parallélépipède par un plan





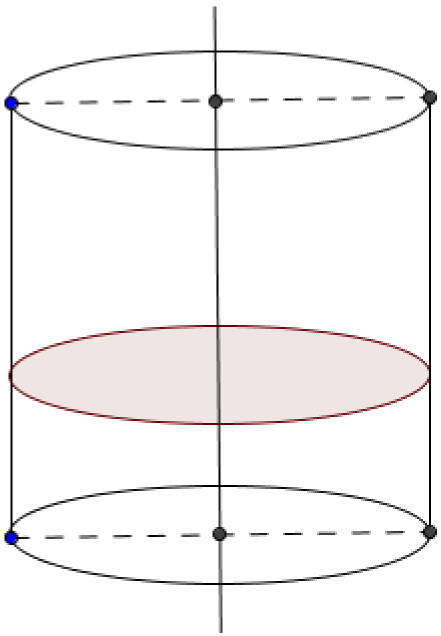


La section d'un parallélépipède rectangle par un plan :

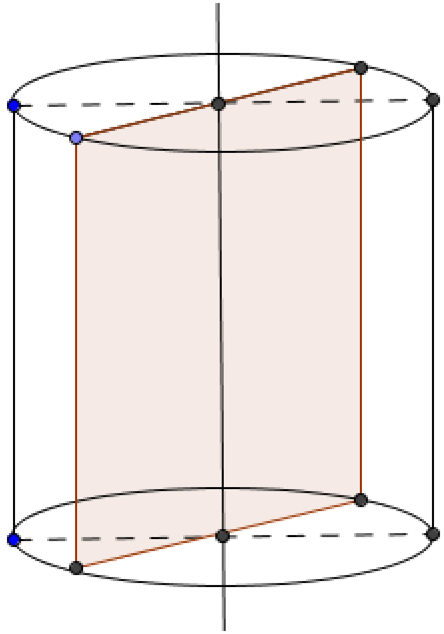
. parallèle à une face est un ***rectangle****;*

. parallèle à une arête est un ***rectangle****;*

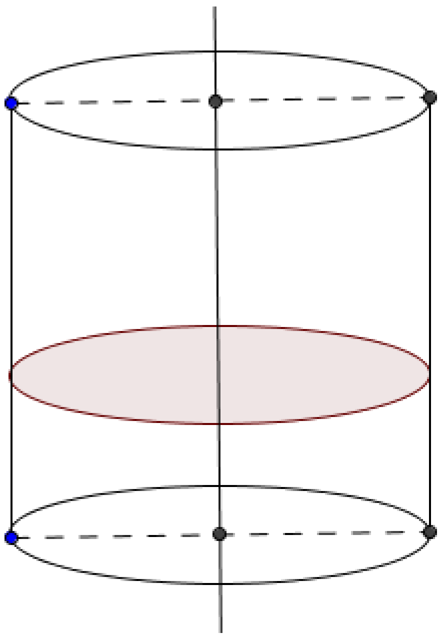
Section d'un cylindre par un plan



La section d'un cylindre de rayon R par un plan :
. perpendiculaire à l'axe est **……….;**
. parallèle à l'axe est **………;**



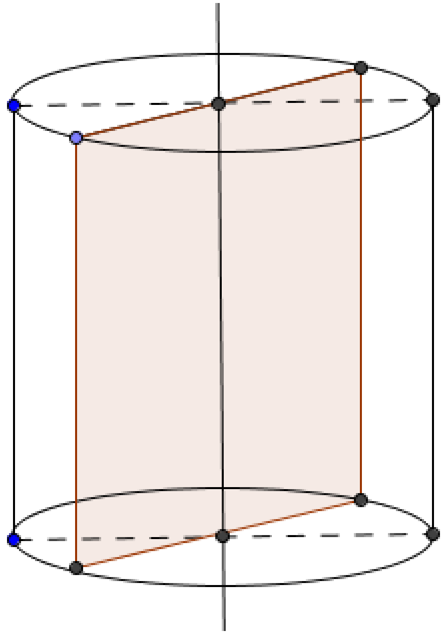
Section d'un cylindre par un plan



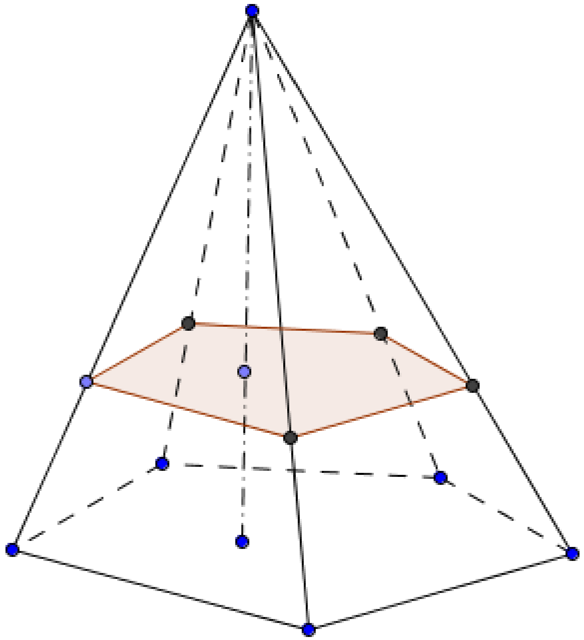
La section d'un cylindre de rayon R par un plan :

. perpendiculaire à l'axe est un ***cercle de rayon r dont le centre appartient à cet axe****;*

. parallèle à l'axe est un ***rectangle****;*

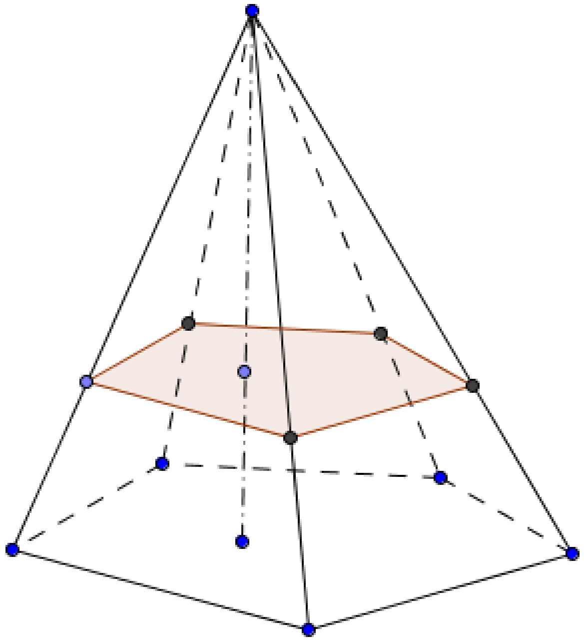


Section d'une pyramide par un plan



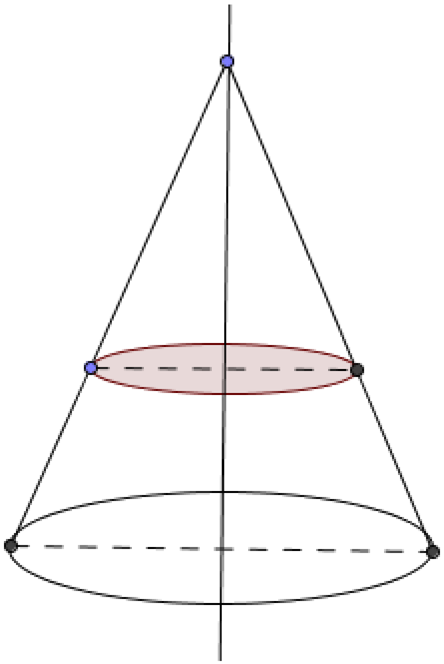
La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est ……………….

Section d'une pyramide par un plan



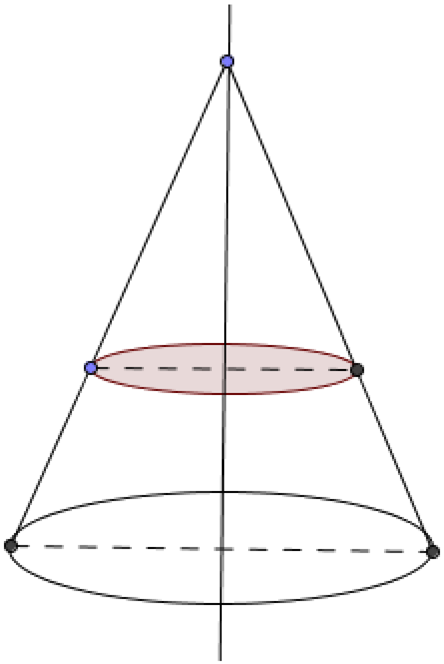
*La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est **une figure qui est une réduction de la base, d'un rapport donné par Thalès**. Ses côtés sont parallèles à ceux de la base.*

Section d'un cône par un plan



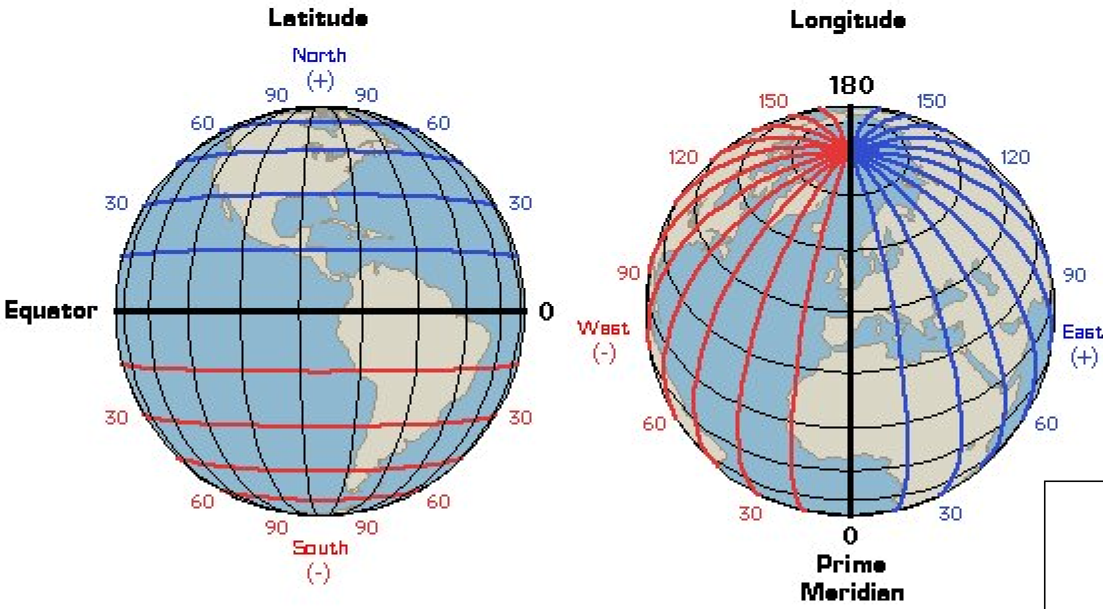
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est ……….

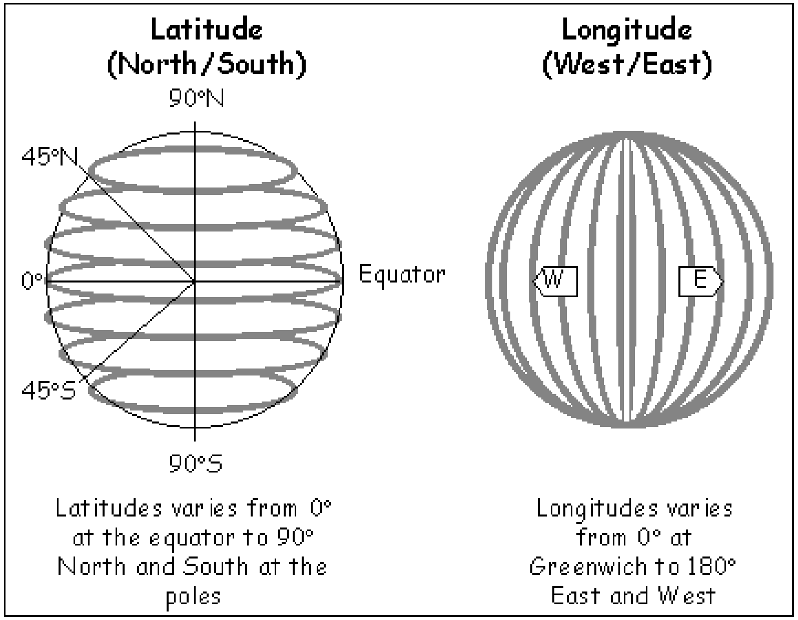
Section d'un cône par un plan



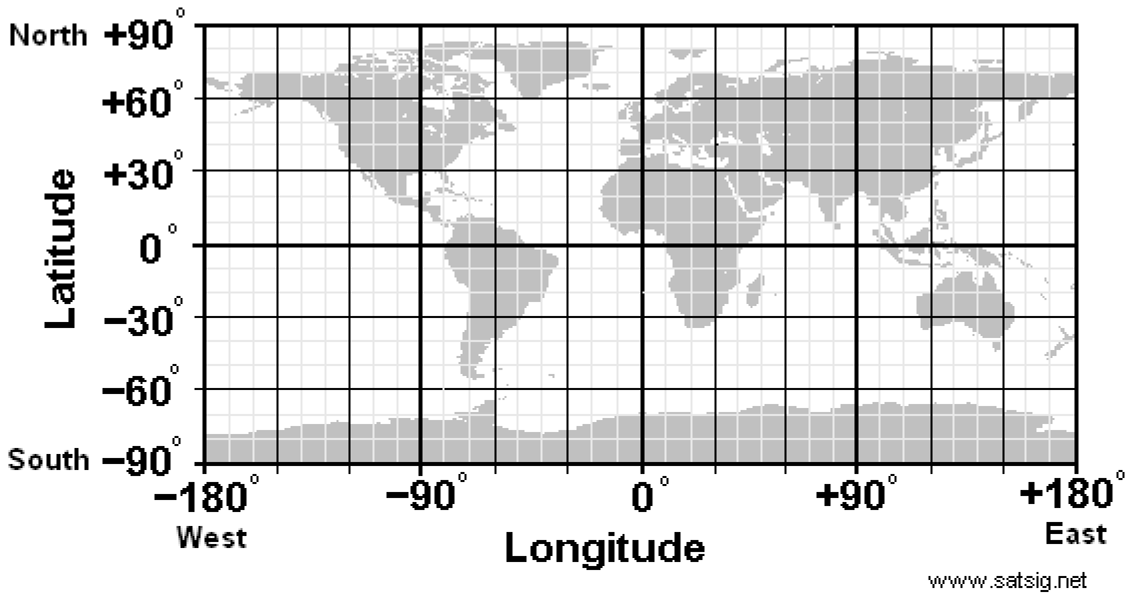
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un ***cercle réduction de la base.***
Son centre appartient à la hauteur du cône.

Longitude et latitude



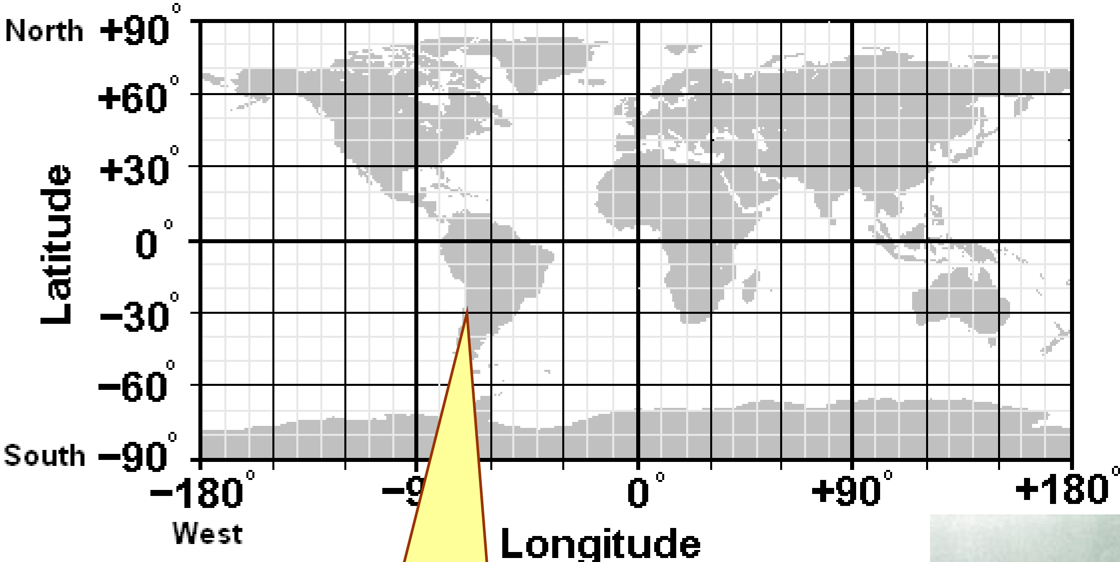


Longitude et latitude



Un avion s'écrase. Les rescapés envoient un SOS en indiquant 70° longitude Ouest et 30° latitude Sud.
Dans quelle chaîne de montagnes sont-il perdus

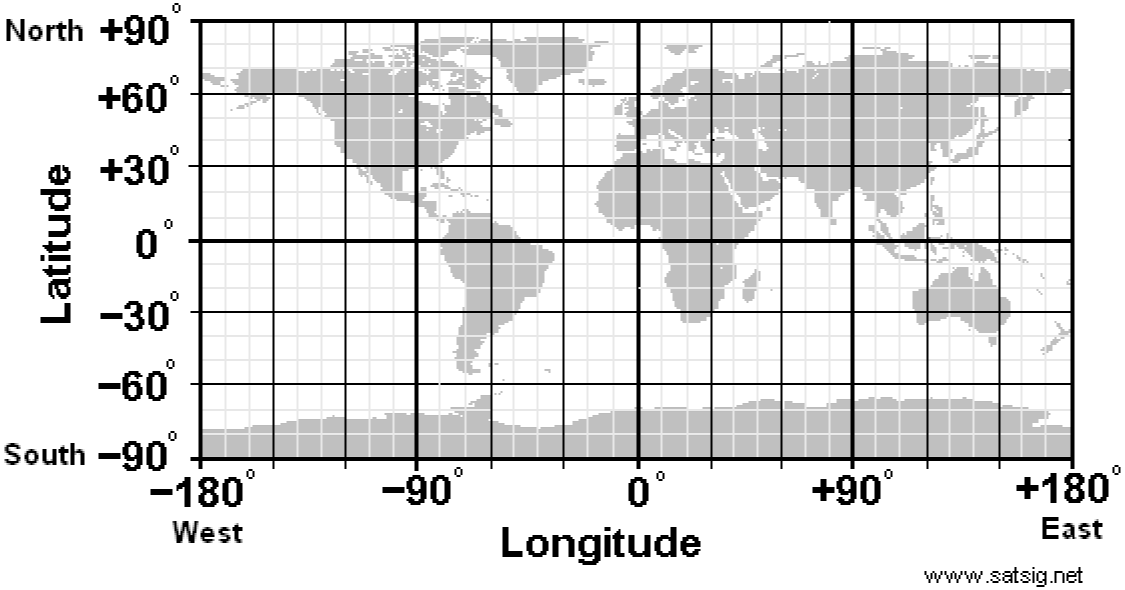
Longitude et latitude



-70° W
-30° S
Dans les Andes

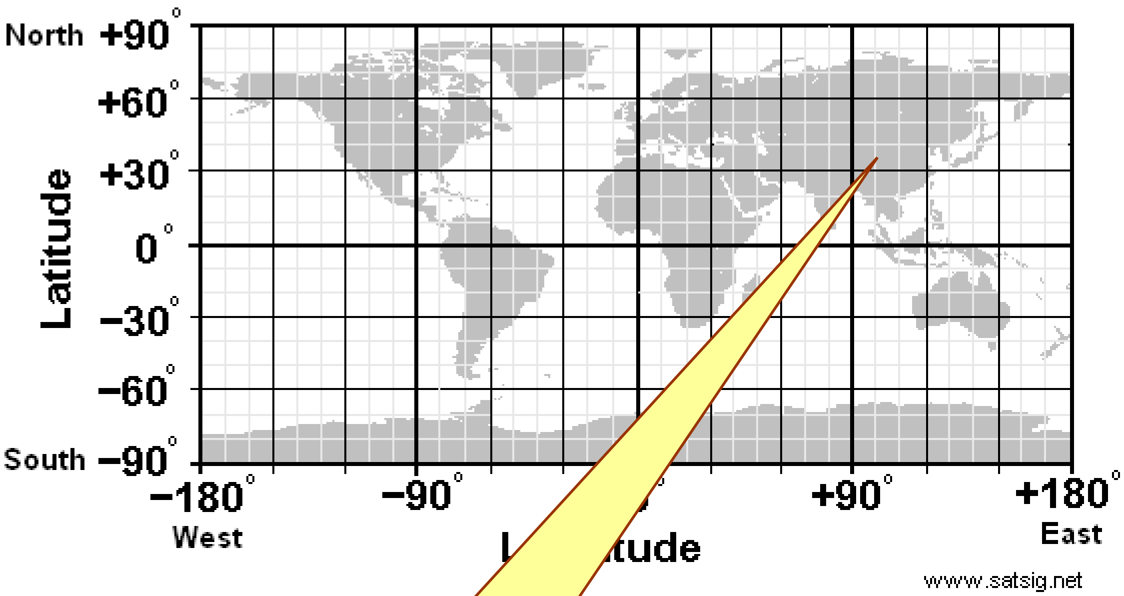
Crash de Guillaumet dans les Andes

Longitude et latitude



Un avion s'écrase. Les rescapés envoient un SOS en indiquant 80° longitude Est et 30° latitude Nord.
Dans quelle chaîne de montagnes sont-il perdus

Longitude et latitude



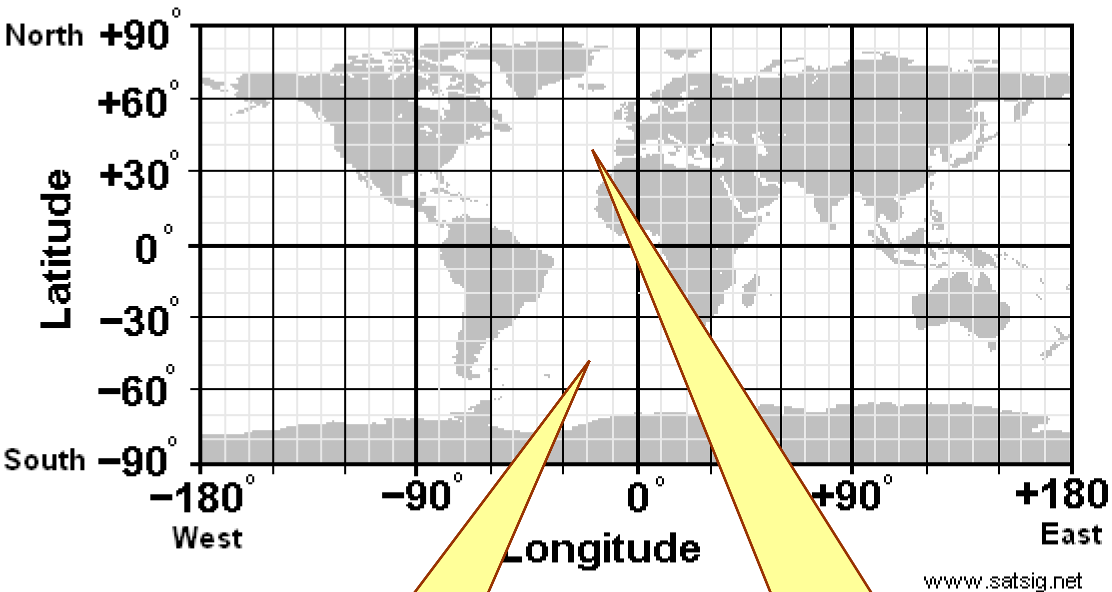
80° E
30° N
Dans
l’Himalaya

Tintin au Tibet

Problème

- le « mile nautique » (mille marin) correspond à la distance parcourue sur un méridien terrestre entre 2 points dont les latitudes sont séparées d'un angle d'1 minute.
- Dans l'océan Atlantique, l'archipel des Açores et celui des îles Sandwich du sud se trouvent alignées sur le même méridien terrestre.
- Les Açores sont situées dans l'hémisphère nord à une latitude de 39°N
- La latitude des îles Sandwich, proches de l'Antartique, est de 55°S.
- Quelle est, en milles, la distance qui sépare les 2 archipels ?

Problème



Sandwich
55° S

Açores
39° N

Problème

- les Açores et les iles Sandwich sont sur le même méridien
- L'écart de latitude : 39° + 55° =94° d'angle
- 1 mile = 1° = 60mn
- La distance en milles entre les 2 latitudes est de 94*60 soit 5 640 milles, soit 10 445 km

Avons-nous atteint nos objectifs ?

- Quels sont les différentes formes de solides ?
- Parallélépipède, cylindre, sphère, cône et pyramide.
- Comment calculer les volumes et surfaces de ces solides ?
- Se rappeler des formules. Exemple sphère :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

- Comment déterminer les formes d’intersection de ces solides par un plan ?
- Raisonner sur une figure.