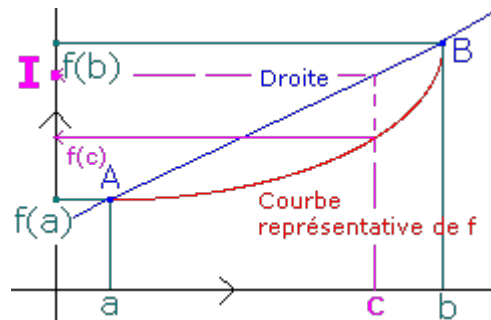


Interpolation linéaire

1°) Définition:

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, $[a; b]$ un intervalle de $\mathbb{R}$ et c un nombre réel. Quand il n'est pas possible de calculer l'image de c par f , on utilise une interpolation linéaire, cela consiste à remplacer $f(c)$ par $g(c)$ ou g est la **fonction affine** telle que : $g(a) = f(a)$ et $g(b) = f(b)$.

Cela consiste à remplacer la courbe représentative de f sur $[a; b]$ par la **droite** (AB) (On dit que l'on a déterminé $f(c)$ par interpolation linéaire).



$$f(c) \approx f(a) + (c - a) \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

2°) Exemple:

L'interpolation linéaire est utilisée surtout en statistique

Le mieux est de comprendre sur un exemple :

Tranche d'âge	Effectif	Effectif cumulé croissant
[0;10[	14	14
[10; 20[	32	46
[20 ; 30[	55	101
[30 ; 40[	45	146
[40; 50[	16	162
[50 ; 60[	14	176
[60 ; 70[	20	196
[70 ; 80[	4	200
	200	

Supposons que l'on étudie la répartition des âges dans une association par exemple.

D'après le tableau ci-dessus on a :

- 14 personnes qui ont un âge compris entre 0 et 10 ans
- 32 personnes qui ont un âge compris entre 10 et 20 ans
- etc...

La colonne des **effectifs cumulés croissants** nous permet de savoir que :

- 14 personnes ont un âge inférieur à 10 ans
- 46 personnes ont un âge inférieur à 20 ans
- etc...

Supposons maintenant que l'on a ordonné ces personnes par ordre croissant de leur âge (du plus jeunes au plus vieux) et que l'on veuille trouver par interpolation l'âge de la 72^{ème} personne.

On repère à l'aide de la colonne des effectifs cumulés croissants dans quelles tranches d'âge ce trouve cette personne.

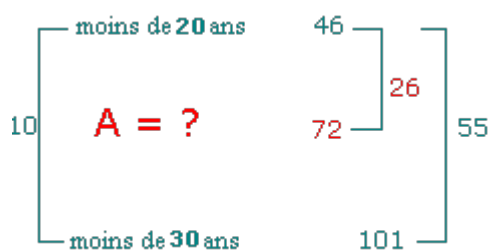
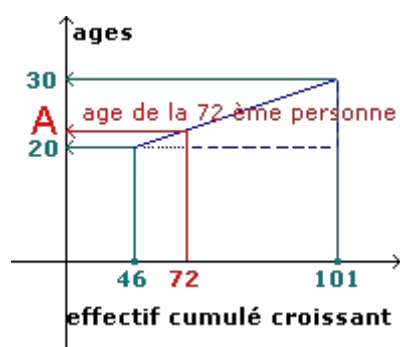
Tranche d'âge	Effectif	Effectif cumulé croissant
[0;10[	14	14
[10; 20[	32	46
[20 ; 30[	55	101
[30 ; 40[	45	146
[40; 50[	16	162
[50 ; 60[	14	176
[60 ; 70[	20	196
[70 ; 80[	4	200
	200	

La 72^{ème} personne a entre 20 et 30 ans c'est sûr , mais cela ne suffit pas ...

On considérant que les 55 personnes de la tranche [20;30[sont réparties de **manière proportionnelle** :

- la 46^{ème} personne a moins de 20 ans, faisons comme si elle en avait 20
- la 101^{ème} personne a moins de 30 ans faisons comme si elle en avait 30

Ces deux schémas ci-dessous devraient vous aider à comprendre :



Utilisons le théorème de Thalès dans le triangle bleu.

$$\begin{aligned} \frac{A - 20}{30 - 20} &= \frac{72 - 46}{101 - 46} \\ \frac{A - 20}{10} &= \frac{26}{55} \\ A - 20 &= \frac{10 \times 26}{55} \\ A &= 20 + \frac{10 \times 26}{55} \approx 24,73 \end{aligned}$$

La 72^{ème} personne a presque 25 ans.