



Mathématiques

Module 11

Suite géométrique



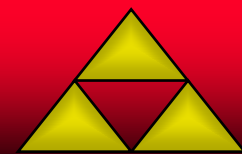
- Comprendre ce qu'est une suite géométrique



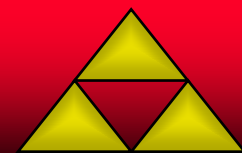


- Rappel cours
- Méthodes
- Exercices





- Une suite (u_n) pour laquelle il existe un réel q tel que, pour tout entier n , $u_{n+1} = u_n * q$ est appelée **suite géométrique**.
- Le réel q est appelé **raison** de la suite géométrique.
- Si (u_n) est une suite géométrique de raison q , alors pour tous entiers naturels n et p ,
- $u_n = u_p * q^{(n-p)}$
- En particulier : $u_n = u_0 * q^n$
- *Soit la suite : $S = 2, 6, 18, 54, 162, 486$*
- *Cette suite a pour raison 3, $S_0 = 2, S_5 = 486$*
- $S_5 = S_0 * 3^5 = 2 * 243 = 486$
- $S_5 = S_3 * 3^{(5-3)} = 54 * (3^2) = 54 * 9 = 486$



- Soit la suite : $S = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256$
- Cette suite a pour raison 2, $S_0 = 2, S_7 = 256$
- $S_7 = S_0 * (q^n) =$
- $S_7 = S_3 * q^{(n-p)} =$



- Soit la suite : $S = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256$
- Cette suite a pour raison 2, $S_0 = 2, S_7 = 256$
- $S_7 = S_0 * (q^n) = 2 * 2^7 = 256$
- $S_7 = S_3 * q^{(n-p)} = 16 * 2^4 = 256$



- *Le vizir, à qui son calife propose (en remerciement d'avoir inventé le jeu d'échecs) une pièce d'or par case du jeu d'échecs, refuse poliment mais accepte, en revanche, qu'on remplace les pièces d'or par des grains de blé et qu'on mette, non pas un grain de blé sur chaque case, mais un grain de blé sur la 1ère case, le double sur la 2ème case, le double de la 2ème case sur la 3ème case, le double de la 3ème case sur la 4ème case, et ainsi de suite jusqu'à la 64ème.*
- *Combien de grains de blés ?*



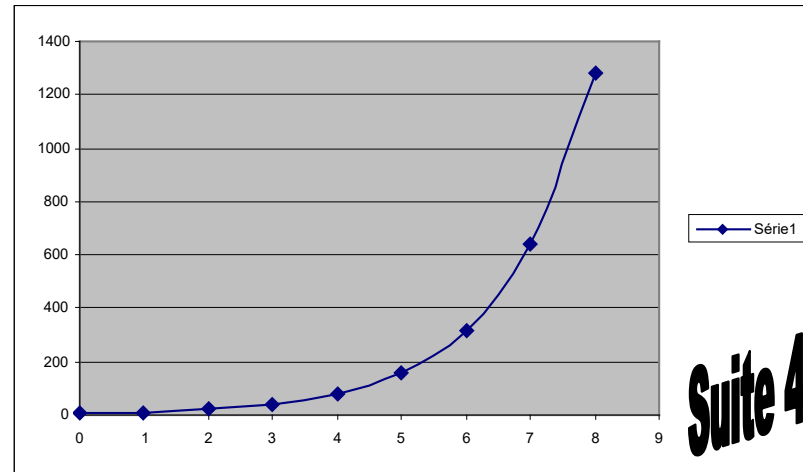
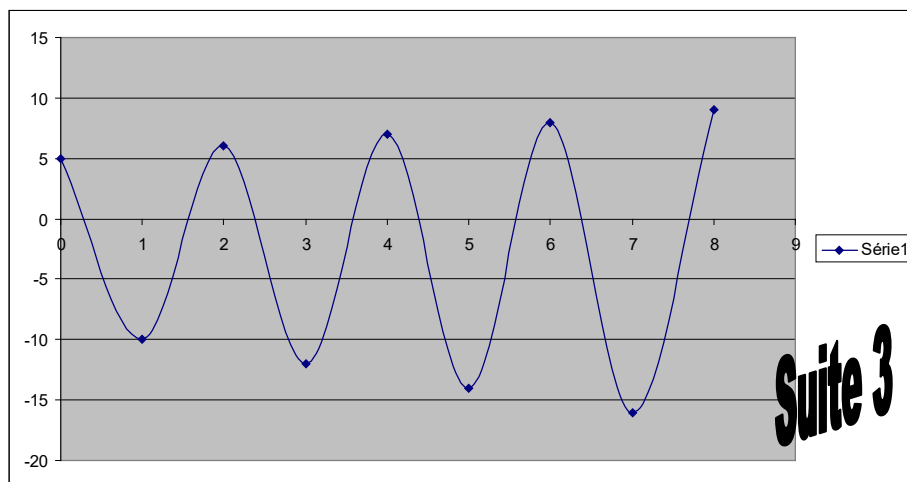
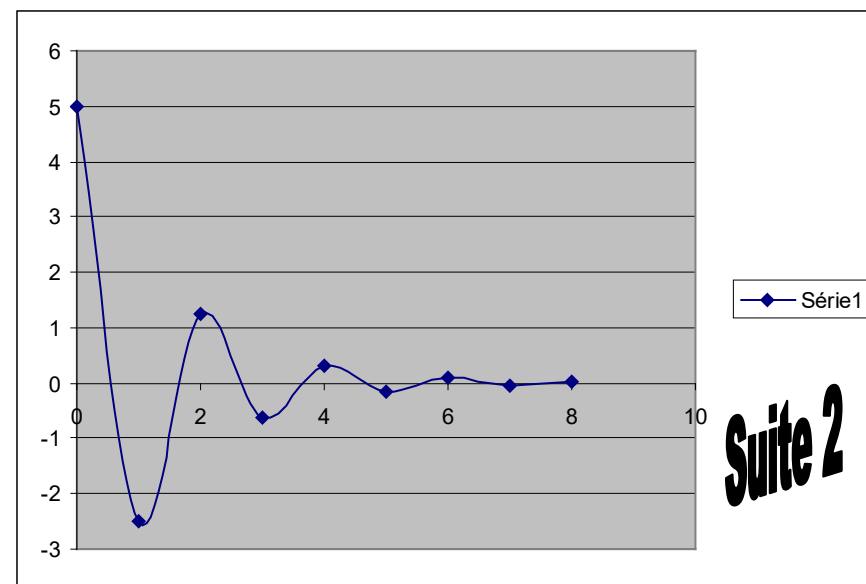
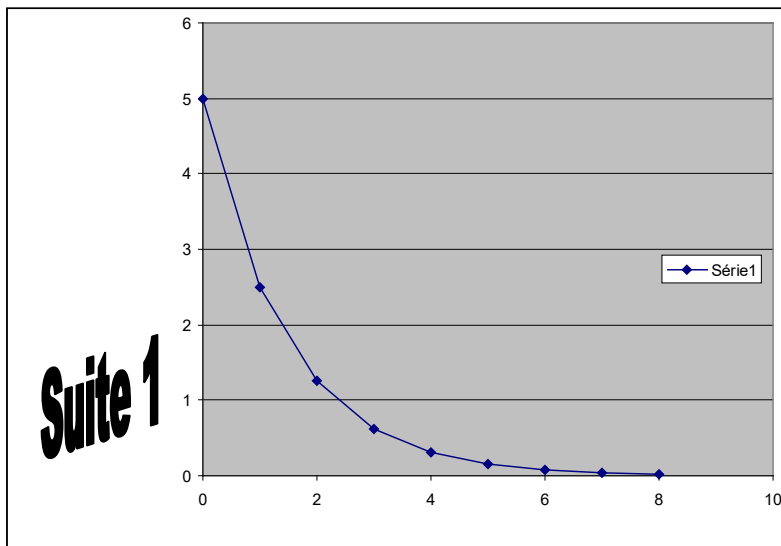
No case	Nombre de grains de ble sur la case	Nombre de grains sur l'échiquier
1	1	1
2	2	3
3	4	7
4	8	15
5	16	31
6	32	63
7	64	127
8	128	255
9	256	511
10	512	1 023
11	1 024	2 047
12	2 048	4 095
13	4 096	8 191
14	8 192	16 383
15	16 384	32 767
16	32 768	65 535
17	65 536	131 071
18	131 072	262 143
19	262 144	524 287
20	524 288	1 048 575
21	1 048 576	2 097 151
22	2 097 152	4 194 303
23	4 194 304	8 388 607
24	8 388 608	16 777 215
25	16 777 216	33 554 431
26	33 554 432	67 108 863
27	67 108 864	134 217 727
28	134 217 728	268 435 455
29	268 435 456	536 870 911
30	536 870 912	1 073 741 823
31	1 073 741 824	2 147 483 647
32	2 147 483 648	4 294 967 295
33	4 294 967 296	8 589 934 591
34	8 589 934 592	17 179 869 183
35	17 179 869 184	34 359 738 367
36	34 359 738 368	68 719 476 735
37	68 719 476 736	137 438 953 471
38	137 438 953 472	274 877 906 943
39	274 877 906 944	549 755 813 887
40	549 755 813 888	1 099 511 627 775
41	1 099 511 627 776	2 199 023 255 551
42	2 199 023 255 552	4 398 046 511 103
43	4 398 046 511 104	8 796 093 022 207
44	8 796 093 022 208	17 592 186 044 415
45	17 592 186 044 416	35 184 372 088 831
46	35 184 372 088 832	70 368 744 177 663
47	70 368 744 177 664	140 737 488 355 327
48	140 737 488 355 328	281 474 976 710 655
49	281 474 976 710 656	562 949 953 421 311
50	562 949 953 421 312	1 125 899 906 842 620
51	1 125 899 906 842 620	2 251 799 813 685 250
52	2 251 799 813 685 250	4 503 599 627 370 490
53	4 503 599 627 370 500	9 007 199 254 740 990
54	9 007 199 254 740 990	18 014 398 509 482 000
55	18 014 398 509 482 000	36 028 797 018 964 000
56	36 028 797 018 964 000	72 057 594 037 927 900
57	72 057 594 037 927 900	144 115 188 075 856 000
58	144 115 188 075 856 000	288 230 376 151 712 000
59	288 230 376 151 712 000	576 460 752 303 423 000
60	576 460 752 303 423 000	1 152 921 504 606 850 000
61	1 152 921 504 606 850 000	2 305 843 009 213 690 000
62	2 305 843 009 213 690 000	4 611 686 018 427 390 000
63	4 611 686 018 427 390 000	9 223 372 036 854 780 000
64	9 223 372 036 854 780 000	18 446 744 073 709 600 000

- Suite géométrique de raison 2, de premier terme 1.
- Calcul des 64 premiers termes et cumul.
- En fait, le résultat fourni par Excel est faux, car le calcul exige une précision au-delà de ce que peut fournir Excel (15 chiffres)

Le bon résultat : $2^{64} - 1 =$
 18 446 744 073 709 551 615



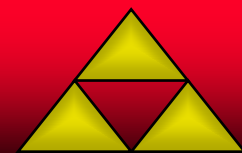
- **Reconnaître une suite géométrique**
- Pour savoir si une suite (u_n) est géométrique, avec u_n non nul pour tout entier n , il suffit de montrer que le quotient u_{n+1}/u_n est constant et indépendant de n .
- **Énoncé:**
- A chacune des suites géométriques représentées ci-après, associer la condition sur la raison q qui convient.
- $0 < q < 1$
- $q > 1$
- $-1 < q < 0$
- $q < -1$





- **Solutions**
- La suite 1 est positive et géométrique décroissante, donc $0 < q < 1$.
- La suite 2 est géométrique et ses termes sont alternativement positifs et négatifs avec une valeur absolue décroissante, donc $-1 < q < 0$.
- La suite 3 est géométrique et ses termes sont alternativement positifs et négatifs avec une valeur absolue croissante, donc $q < -1$.
- La suite 4 est positive et géométrique croissante, donc $q > 1$.

Avons-nous atteint nos objectifs ?



- Comprendre ce qu'est une suite géométrique
- Une suite géométrique

