

Etude d'une fonction numérique à variable réelle

Le plan P est muni d'un repère orthonormé (O,i,j)

- 1) Déterminer la fonction trinôme du second degré f telle que $f(2)=2$, $f(4)=-4$, $f'(4)=0$
- 2) Etudier les variations de f et construire le graphique C de f pour x dans le domaine de définition [0,8]
- 3) Déterminer la fonction trinôme du second degré g sachant que la droite d'équation $y=2x-\frac{3}{2}$ est tangente au graphique C' de g au point d'abscisse 1 et que $g(2)=2$
- 4) Etudier les variations de g et construire le graphique C' de g pour x dans le domaine de définition [0,8]
- 5) Etudier la position de C par rapport à C'

Rappel

Equation de la tangente à une courbe $y=f(x)$ en un point d'abscisse x_0

$$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$$

1.

Les expressions

$$f(4)=-4$$

$$f(2)=2$$

$$f'(4)=0$$

donnent le système

$$16a+4b+c=-4 \quad (1)$$

$$4a+2b+c=2 \quad (2)$$

$$8a+b=0 \quad (3)$$

La résolution de ce système :

On élimine c avec (1)-(2)

$$12a+2b = -6 \quad (4)$$

(3) donne $a = -b/8$

On remplace dans (4)

$$a=3/2$$

Avec (4) : $b=-12$

Avec 1 ou 2 $c = 20$

D'où la fonction $f(x)=\frac{3}{2}x^2 - 12x + 20$